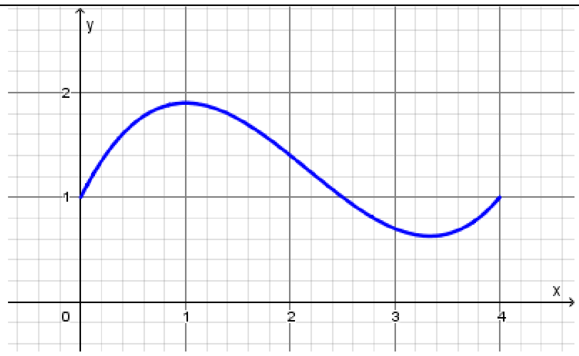
Mittelwerte von Funktionen

Eine Pumpe pumpt Wasser in einen Tank. Dies kann man mit folgender Funktion beschreiben:

$w(x) = 0{,}2x^3 - 1{,}3x^2 + 2x + 1$ (x in Stunden; w(x) Pumpleistung in tausend Liter pro Minute)

Berechne den Flächeninhalt der Funktion für jeweils [0; x]

x	1	2	3	4
$A_{(x)}$				



Interpretation der Funktion

Interpretiere den Graphen der Funktion! Wird aus dem Tank auch Wasser herausgepumpt?

Mittelwert der Funktion

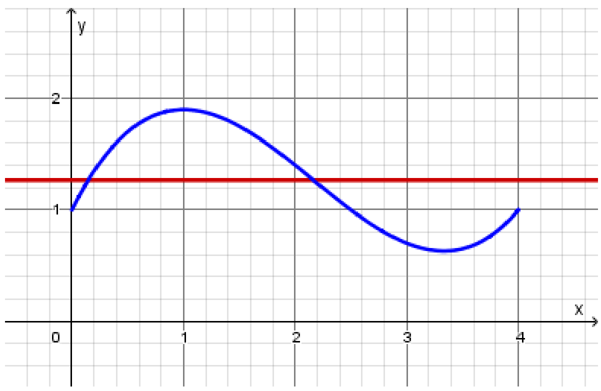
Man erkennt, dass unterschiedlich viel Wasser in das Becken gepumpt wird. Möchte man wissen, wieviel Wasser durchschnittlich in das Becken gepumpt wird, errechnet man den Mittelwert mit folgender Formel:

Definition: Die Zahl $\overline{m} = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,dx$ heißt Mittelwert der Funktion f auf [a ; b].

Um den Mittelwert einer Funktion zu berechnen, teilt man den Flächeninhalt durch die Länge des Intervalls.

Berechne den Mittelwert der oberen Funktion:

$F(x) =$ ________________________________

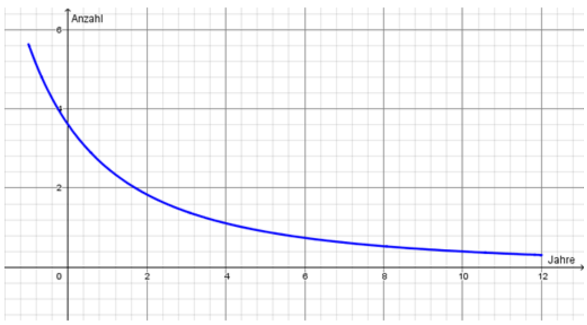


Im Durchschnitt wurden also ________Liter ins Becken gepumpt.

Die Funktion g(x) = _______________ hätte dieselbe Wassermenge ergeben.

Den Mittelwert kann man auch graphisch annähern. Dazu legt man eine Parallele zur x-Achse und verschiebt diese, bis die Fläche unterhalb der Parallele ungefähr so groß ist wie die Fläche oberhalb.

Beispiel: $f(x) = \frac{90}{(x+5)^2}$ Bestimme graphisch und rechnerisch den Mittelwert der Funktion im Intervall I = [0;10]



Die Funktion beschreibt den Rückgang einer Population. (x in Jahren, Anzahl in 1000). Welche Bedeutung hat der Mittelwert in diesem Zusammenhang?

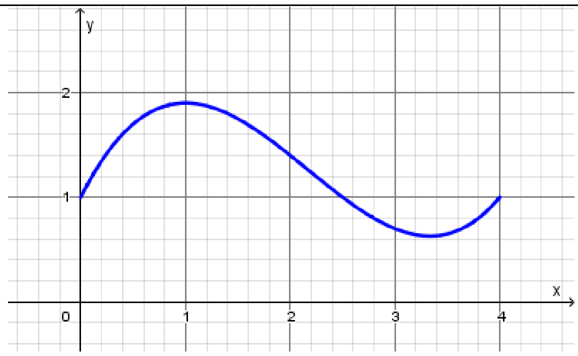
Mittelwerte von Funktionen

Eine Pumpe pumpt Wasser in einen Tank. Dies kann man mit folgender Funktion beschreiben:

$w(x) = 0{,}2x^3 - 1{,}3x^2 + 2x + 1$ (x in Stunden; w(x) Pumpleistung in tausend Liter pro Minute)

Berechne den Flächeninhalt der Funktion für jeweils [0;x]

x	1	2	3	4
$A_{(x)}$	1,62	3,33	4,35	5,07



Interpretation der Funktion

Interpretiere den Graphen der Funktion! Wird aus dem Tank auch Wasser herausgepumpt?

Mittelwert der Funktion

Man erkennt, dass unterschiedlich viel Wasser in das Becken gepumpt wird. Möchte man wissen, wieviel Wasser durchschnittlich in das Becken gepumpt wird, errechnet man den Mittelwert mit folgender Formel:

Definition: Die Zahl $\overline{m} = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x)\,dx$ heißt Mittelwert der Funktion f auf [a ; b].

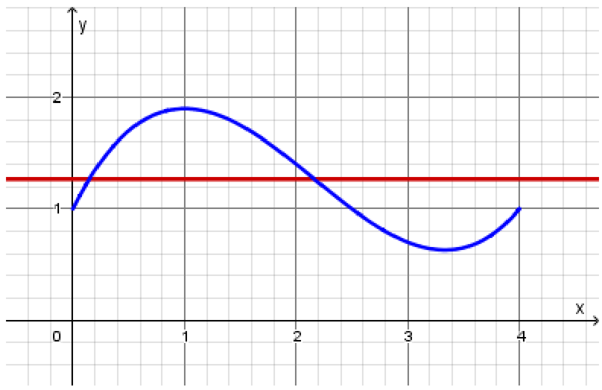
Um den Mittelwert einer Funktion zu berechnen, teilt man den Flächeninhalt durch die Länge des Intervalls.

Berechne den Mittelwert der oberen Funktion:

$$F(x) = 0{,}05x^4 - \frac{13}{30}x^3 + x^2 + x$$

$$\overline{m} = \frac{1}{4-0} \int_0^4 (0{,}2x^3 - 1{,}3x^2 + 2x + 1)\,dx =$$

$$\frac{1}{4} \cdot \left[0{,}05x^4 - \frac{13}{30}x^3 + x^2 + x\right]_0^4 = \frac{1}{4} \cdot \frac{76}{15} = 1{,}267$$



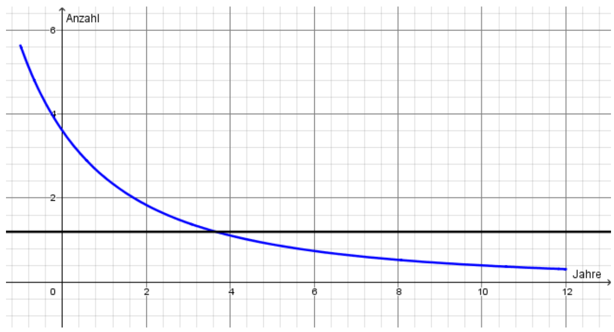
Im Durchschnitt wurden also 1267 Liter ins Becken gepumpt.

Die Funktion g(x) = 1,267 hätte dieselbe Wassermenge ergeben.

Den Mittelwert kann man auch graphisch annähern. Dazu legt man eine Parallele zur x-Achse und verschiebt diese, bis die Fläche unterhalb der Parallele ungefähr so groß ist wie die Fläche oberhalb.

Beispiel: $f(x) = \frac{90}{(x+5)^2}$ Bestimme graphisch und rechnerisch den Mittelwert der Funktion im Intervall I = [0;10]

$$\overline{m} = \frac{1}{10-0} \int_0^{10} \frac{90}{(x+5)^2}\,dx = \frac{1}{10} \cdot \left[\frac{-90}{x+5}\right]_0^{10} = 1{,}2$$



Die Funktion beschreibt den Rückgang einer Population. (x in Jahren, Anzahl in 1000). Welche Bedeutung hat der Mittelwert in diesem Zusammenhang?